

Linguagens Formais e Autômatos

Gramáticas Regulares

Andrei Rimsa Álvares
andrei@cefetmg.br



Gramáticas Regulares

- Até agora foram vistas três formas de se especificar uma linguagem regular
 - Usando notação de conjuntos
 - **Aplicação:** desenvolvimento da teoria
 - Desenhando um diagrama de estados em forma de grafo
 - **Aplicação:** processo de concepção de um reconhecedor
 - Usando expressões regulares
 - **Aplicação:** para manipulações formais e para referência compacta a conjunto de palavras
- Uma nova forma é através de **gramáticas regulares**, mediante a um conjunto de regras que a gera
 - **Aplicação:** mérito teórico de prover um lugar para as linguagens regulares na Hierarquia de Chomsky



Gramáticas Regulares

- Como linguagens regulares podem ser especificadas?
 - **Autômatos finitos** via um **reconhecedor** para ela
 - **Expressões regulares** via uma **expressão** que a denota
 - **Gramáticas regulares** via um **gerador** para ela
- Uma **gramática regular** permite mostrar como gerar todas, e apenas, as palavras de uma linguagem



Gramáticas Regulares

- Uma gramática regular (GR) é uma gramática (V, Σ, R, P) , em que cada regra tem uma das formas
 - $X \rightarrow a$
 - $X \rightarrow aY$
 - $X \rightarrow \lambda$, onde $X, Y \in V$ e $a \in \Sigma$
- Formato das formas sentenciais wA , onde $w \in \Sigma^+$ e $A \in V$



Exemplo

- Seja $L = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ não contém } abc \}$, uma GR que gera L seria $(\{A,B,C\}, \{a,b,c\}, R, A)$, onde R contém as regras
 - $A \rightarrow aB \mid bA \mid cA \mid \lambda$
 - $B \rightarrow aB \mid bC \mid cA \mid \lambda$
 - $C \rightarrow aB \mid bA \mid \lambda$



Linguagem regular

- Toda **gramática regular** gera uma **linguagem regular**

Seja uma GR $G = (V, \Sigma, R, P)$. É possível construir um AFN $M = (E, \Sigma, \delta, \{P\}, F)$ tal que $L(M) = L(G)$. Deve-se construir M de forma que $P \xRightarrow{*} w$ se e somente se $\delta(\{P\}, w) \cap F \neq \emptyset$. Para isso, seja $Z \notin V$:

- $$E = \begin{cases} V \cup \{Z\} & \text{Se } R \text{ contém regra da forma } X \rightarrow a \\ V & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

- Para toda regra da forma
 - $X \rightarrow aY$ faça $Y \in \delta(X, a)$
 - $X \rightarrow a$ faça $Z \in \delta(X, a)$

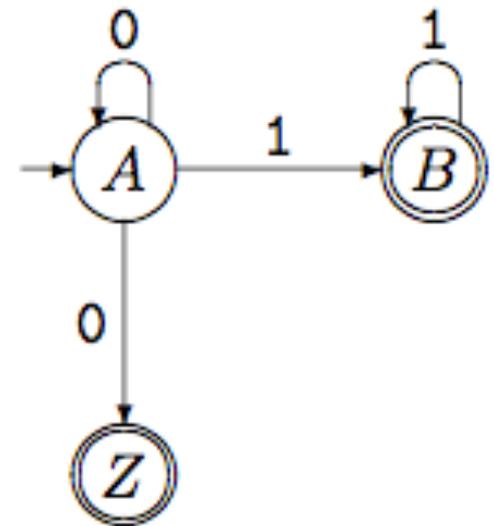
- $$F = \begin{cases} \{X \mid X \rightarrow \lambda \in R\} \cup \{Z\} & \text{Se } Z \in E \\ \{X \mid X \rightarrow \lambda \in R\} & \text{Caso contrário} \end{cases}$$



Exemplo

- Seja $L(G) = 0^*(0 + 1^+)$. A gramática regular que a reconhece é GR $G = (\{A, B\}, \{0, 1\}, R, A)$, onde R é dado por
 - $A \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0$
 - $B \rightarrow 1B \mid \lambda$

Regras	Transições	Observações
$A \rightarrow 0A$	$A \in \delta(A, 0)$	
$A \rightarrow 1B$	$B \in \delta(A, 1)$	
$A \rightarrow 0$	$Z \in \delta(A, 0)$	Z é estado final
$B \rightarrow 1B$	$B \in \delta(B, 1)$	
$B \rightarrow \lambda$		B é estado final





Gramática Regular

- Toda **linguagem regular** é gerada por **gramática regular**

Seja um AFN $M = (E, \Sigma, \delta, \{i\}, F)$. Uma GR que gera $L(M)$ seria $G = (E, \Sigma, R, i)$, onde

$$R = \{e \rightarrow ae' \mid e' \in \delta(e, a)\} \cup \{e \rightarrow \lambda \mid e \in F\}$$

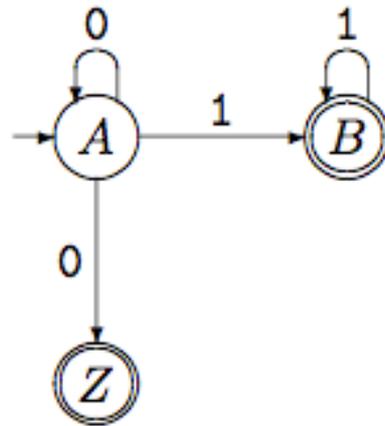
- Deve-se construir uma gramática regular para $L(M) = L(G)$ de forma que

$$i \xRightarrow{*} w \text{ se e somente se } \hat{\delta}(\{i\}, w) \cap F \neq \emptyset$$



Exemplo

- Seja o AFN dado por

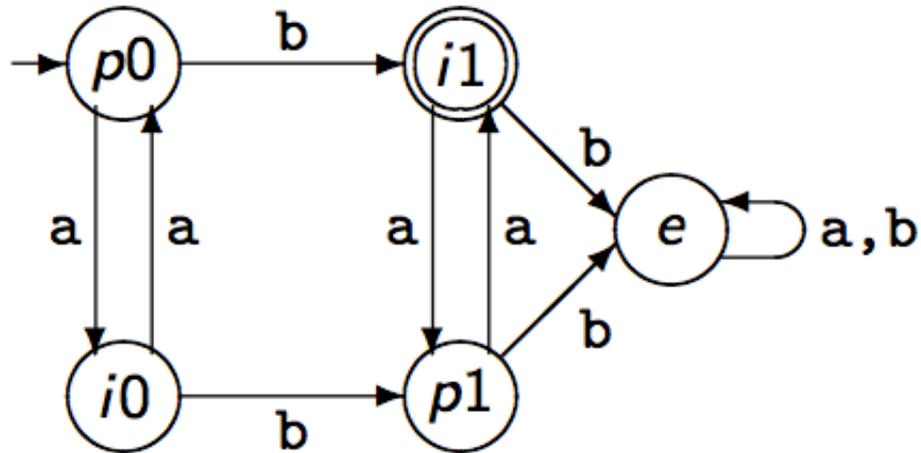


- A GR gerada para esse autômato é dada por $G = (\{A, B, Z\}, \{0, 1\}, R, A)$, onde R é dado por
 - $A \rightarrow 0A \mid 0Z \mid 1B$
 - $B \rightarrow 1B \mid \lambda$
 - $Z \rightarrow \lambda$



Exercícios

- Obtenha a GR correspondente ao AF





Exercícios

- Obtenha o AFN para a seguinte GR

$$P \rightarrow aP \mid bP \mid aA$$

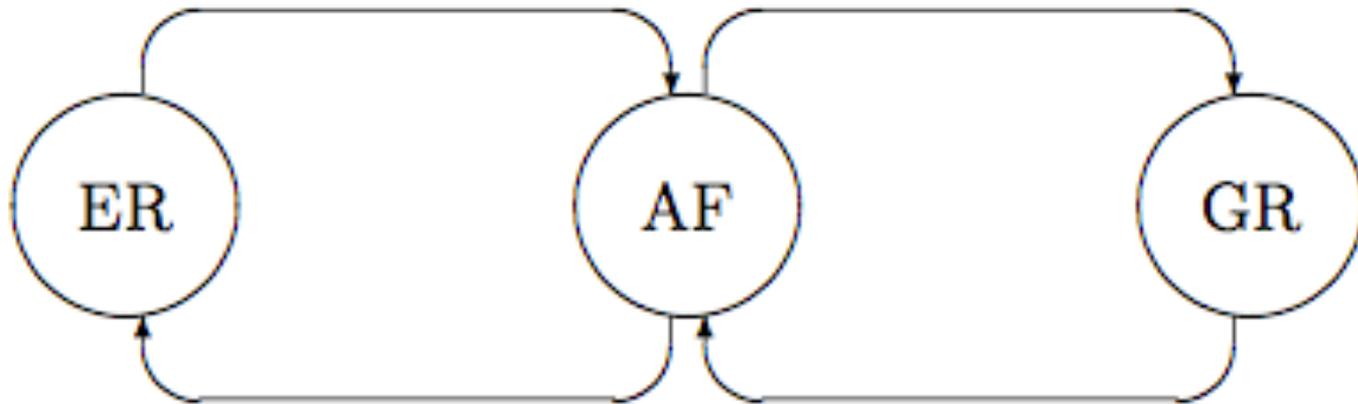
$$A \rightarrow a \mid bB$$

$$B \rightarrow bA$$



Síntese

- AFs, ERs e GRs são formalismos alternativos para **linguagens regulares**



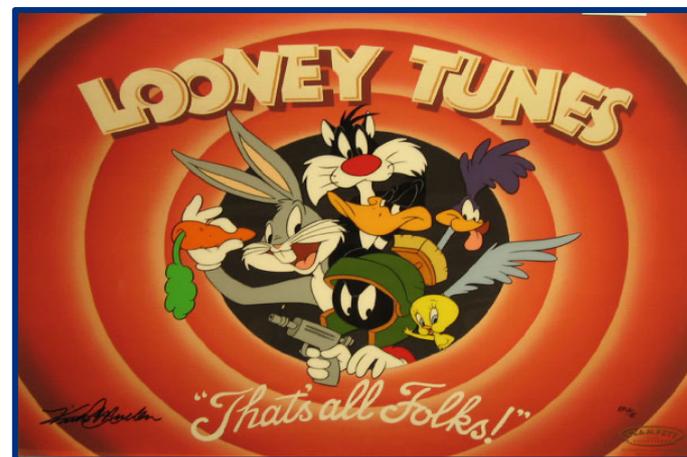
Transformações entre formalismos



CEFET-MG

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

ISSO É TUDO, PESSOAL!



Linguagens Formais e Autômatos