

Linguagens Formais e Autômatos

# Gramáticas Regulares (GRs)

Andrei Rimsa Álvares  
andrei@cefetmg.br



## Gramáticas Regulares

- Até agora foram vistas três formas de se especificar uma linguagem regular
  - Usando notação de conjuntos
    - **Aplicação:** desenvolvimento da teoria
  - Desenhando um diagrama de estados em forma de grafo
    - **Aplicação:** processo de concepção de um reconhecedor
  - Usando expressões regulares
    - **Aplicação:** para manipulações formais e para referência compacta a conjunto de palavras
- Uma nova forma é através de **gramáticas regulares**, mediante a um conjunto de regras que a gera
  - **Aplicação:** mérito teórico de prover um lugar para as linguagens regulares na Hierarquia de Chomsky



## Gramáticas Regulares

- Como linguagens regulares podem ser especificadas?
  - **Autômatos finitos** via um **reconhecedor** para ela
  - **Expressões regulares** via uma **expressão** que a denota
  - **Gramáticas regulares** via um **gerador** para ela
- Uma **gramática regular** permite mostrar como gerar todas, e apenas, as palavras de uma linguagem



## Gramáticas Regulares

- Uma gramática regular (GR) é uma gramática  $(V, \Sigma, R, P)$ , em que cada regra tem uma das formas
  - $X \rightarrow a$
  - $X \rightarrow aY$
  - $X \rightarrow \lambda$, onde  $X, Y \in V$  e  $a \in \Sigma$
- Formato das formas sentenciais  $wA$ , onde  $w \in \Sigma^+$  e  $A \in V$



## Exemplo

- Seja  $L = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ não contém } abc \}$ , uma GR que gera  $L$  seria  $(\{A,B,C\}, \{a,b,c\}, R, A)$ , onde  $R$  contém as regras
  - $A \rightarrow aB \mid bA \mid cA \mid \lambda$
  - $B \rightarrow aB \mid bC \mid cA \mid \lambda$
  - $C \rightarrow aB \mid bA \mid \lambda$



## Linguagem regular

- Toda **gramática regular** gera uma **linguagem regular**

Seja uma GR  $G = (V, \Sigma, R, P)$ . É possível construir um AFN  $M = (E, \Sigma, \delta, \{P\}, F)$  tal que  $L(M) = L(G)$ . Deve-se construir  $M$  de forma que  $P \xRightarrow{*} w$  se e somente se  $\delta(\{P\}, w) \cap F \neq \emptyset$ . Para isso, seja  $Z \notin V$ :

- $$E = \begin{cases} V \cup \{Z\} & \text{Se } R \text{ contém regra da forma } X \rightarrow a \\ V & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

- Para toda regra da forma
  - $X \rightarrow aY$  faça  $Y \in \delta(X, a)$
  - $X \rightarrow a$  faça  $Z \in \delta(X, a)$

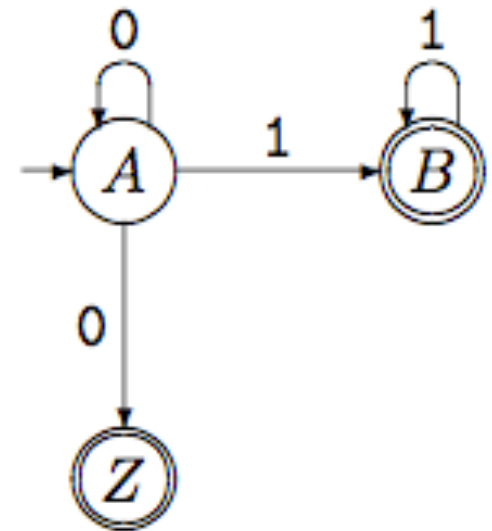
- $$F = \begin{cases} \{X \mid X \rightarrow \lambda \in R\} \cup \{Z\} & \text{Se } Z \in E \\ \{X \mid X \rightarrow \lambda \in R\} & \text{Caso contrário} \end{cases}$$



## Exemplo

- Seja  $L(G) = 0^*(0 + 1^+)$ . A gramática regular que a reconhece é GR  $G = (\{A, B\}, \{0, 1\}, R, A)$ , onde  $R$  é dado por
  - $A \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0$
  - $B \rightarrow 1B \mid \lambda$

Regras	Transições	Observações
$A \rightarrow 0A$	$A \in \delta(A, 0)$	
$A \rightarrow 1B$	$B \in \delta(A, 1)$	
$A \rightarrow 0$	$Z \in \delta(A, 0)$	Z é estado final
$B \rightarrow 1B$	$B \in \delta(B, 1)$	
$B \rightarrow \lambda$		B é estado final





## Gramática Regular

- Toda **linguagem regular** é gerada por **gramática regular**

Seja um AFN  $M = (E, \Sigma, \delta, \{i\}, F)$ . Uma GR que gera  $L(M)$  seria  $G = (E, \Sigma, R, i)$ , onde

$$R = \{e \rightarrow ae' \mid e' \in \delta(e, a)\} \cup \{e \rightarrow \lambda \mid e \in F\}$$

- Deve-se construir uma gramática regular para  $L(M) = L(G)$  de forma que

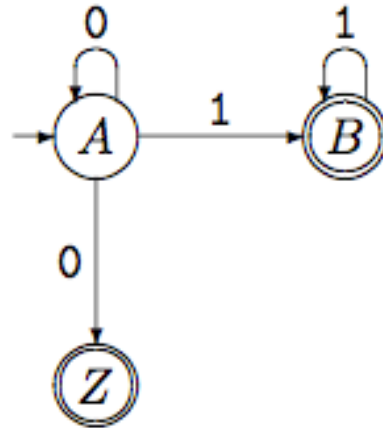
$$i \xRightarrow{*} w \text{ se e somente se } \hat{\delta}(\{i\}, w) \cap F \neq \emptyset$$





## Exemplo

- Seja o AFN dado por

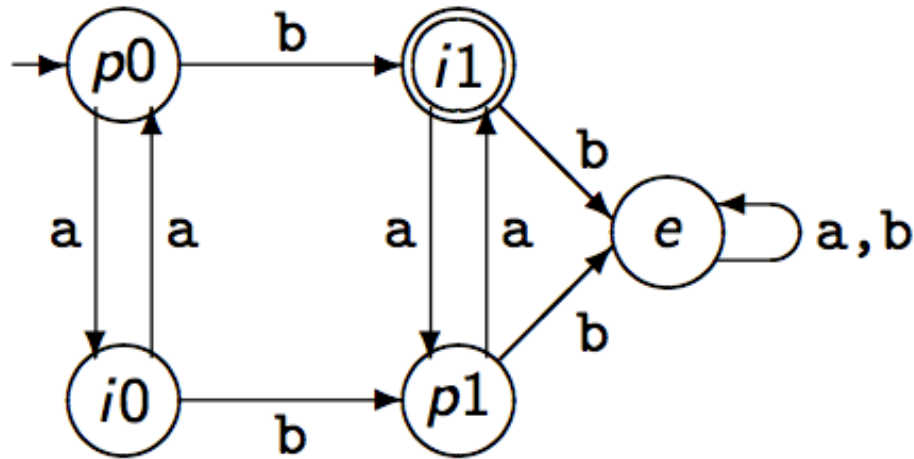


- A GR gerada para esse autômato é dada por  $G = (\{A, B, Z\}, \{0, 1\}, R, A)$ , onde  $R$  é dado por
  - $A \rightarrow 0A \mid 0Z \mid 1B$
  - $B \rightarrow 1B \mid \lambda$
  - $Z \rightarrow \lambda$



## Exercícios

- Obtenha a GR correspondente ao AF





## Exercícios

- Obtenha o AFN para a seguinte GR

$$P \rightarrow aP \mid bP \mid aA$$

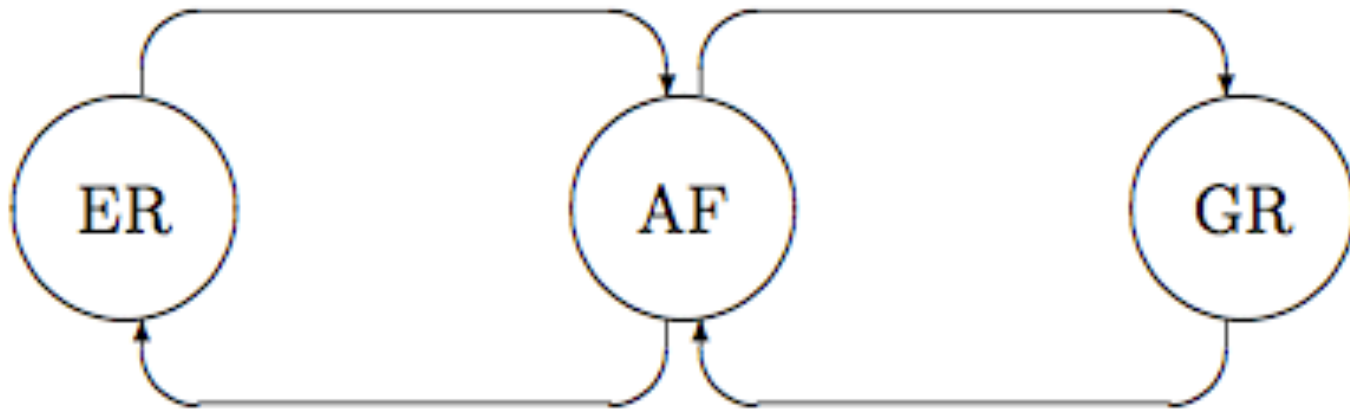
$$A \rightarrow a \mid bB$$

$$B \rightarrow bA$$



## Síntese

- AFs, ERs e GRs são formalismos alternativos para **linguagens regulares**



Transformações entre formalismos



**CEFET-MG**

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

**ISSO É TUDO, PESSOAL!**

---



**Linguagens Formais e Autômatos**